

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 26 Απριλίου 2025

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

Μονάδες 10

A2. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ (1) με $\alpha \neq 0$. Να συμπληρωθούν τα κενά κατάλληλα ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

α. Η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) δίνεται από τον τύπο $\Delta = \dots$

β. Αν $\Delta > 0$ τότε η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες με τύπους $x_{1,2} = \dots$

γ. Αν $\Delta = 0$ τότε η εξίσωση (1) έχει διπλή ρίζα τη $x = \dots$

δ. Αν $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση (1) είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

ε. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1) τότε $S = x_1 + x_2 = \dots$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \dots$

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει ότι $(-\alpha - \beta)^3 = (\alpha + \beta)^3$.

β. Αν $|\alpha| + |\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$.

γ. Αν $|x| = x$ τότε $x \geq 0$.

δ. Στην εξίσωση $x^2 - x - 2 = 0$ οι ρίζες έχουν άθροισμα 1 και γινόμενο -2.

ε. Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

Μονάδες 10

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2025
Β' ΦΑΣΗ**E_3.Μλ1Α(ε)****ΘΕΜΑ Β**

Έστω η αριθμητική πρόοδος 2, 3, 4, ...

B1. Να βρεθεί η διαφορά ω της προόδου, ο δέκατος όρος α_{10} και το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της S_{10} .

Μονάδες 6

Για $\alpha_{10} = 11$ και $S_{10} = 65$

B2. Να λυθεί η ανίσωση $-x^2 + \frac{S_{10}}{13} \cdot x - (\alpha_{10} - 7) \geq 0$.

Μονάδες 8

Για $x \in [1, 4]$

B3. Να απλοποιηθεί η παράσταση $K = |x - 4| + 2 \cdot |x + 1|$.

Μονάδες 6

B4. Για $K = x + 6$ να λυθεί η εξίσωση: $|K| = 7$.

Μονάδες 5**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 3x + \alpha}{x + 1}$ όπου $\alpha = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - 1\right)$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 2$ και να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

Μονάδες 6

Γ2. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης.

Μονάδες 4

Για $f(x) = x + 2, x \neq -1$

Γ3. Να βρείτε τα σημεία τομής της συνάρτησης με τους άξονες.

Μονάδες 5

Γ4. Να βρείτε την τιμή του αριθμού β που ικανοποιεί την σχέση

$$\beta = 49^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{23 + \sqrt{f(8) + f(0) \cdot \sqrt[4]{81}}}.$$

Μονάδες 5

- Γ5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση $f'(0)$ και τέμνει τον γγ' στο σημείο με τεταγμένη 4.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (4\lambda + 8) \cdot x + 4\lambda^2 + 12 = 0$ (1).

- Δ1. i. Να δείξετε ότι $\Delta = 64\lambda + 16$.

ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση (1) έχει πραγματικές και άνισες λύσεις x_1, x_2 .

Μονάδες 5+2

- Δ2. i. Να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P των λύσεων της εξίσωσης (1) συναρτήσει του λ .

ii. Να δείξετε ότι η παράσταση $A = (2x_1 - 3\lambda) \cdot (2x_2 - 3\lambda) - \lambda \cdot (\lambda - 48)$ είναι ανεξάρτητη του λ .

Μονάδες 2+6

- Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $|S - P| \leq 4$.

Μονάδες 5

- Δ4. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) δεν μπορεί να έχει ρίζες αντίστροφες.

Μονάδες 5